Projet de thèse – ED ECLIS 2024
Porteur : Ivahn Smadja - Nantes

Titre : "*Jeux d'échelles, sémantique et stratégies inférentielles : enjeux d'une confrontation entre philosophie des sciences et histoire des sciences*"
("*Multiscalar modeling, semantics and inferential strategies : how philosophy of science meets history of science")*

-

L'un des courants les plus stimulants en philosophie des mathématiques aujourd'hui s'inscrit dans une veine inspirée par les travaux de l'école de Pittsburgh (Ken Manders, Mark Wilson, Jamie Tappenden). Le constat dressé initialement par Ken Manders (1989) selon lequel « les traditions épistémologiques fondées sur la logique ont beaucoup de mal à assigner un rôle aux extensions de domaine [*en mathématiques*] » (1989, 561), ouvrait en effet un nouveau champ de questions. Les mathématiciens ont en effet souvent l'intuition que tel ou tel problème exige d'être envisagé de telle ou telle manière, dans tel ou tel cadre théorique. Lorsque les contextes appropriés n'existent pas encore, ce sont les problèmes eux-mêmes qui suscitent la formation des "théories cadres" et "tirent" en quelque sorte le processus de croissance des mathématiques. Pensons par exemple à la théorie des fonctions et des courbes algébriques dont on comprend au cours du dix-neuvième siècle qu'elle "appelle" en quelque sorte la formation d'un cadre approprié avec la variable complexe et les surfaces de Riemann. Selon Manders, les jugements de ce type ("tel problème mathématique requiert telle théorie cadre comme son contexte approprié") ne relèvent pas simplement de l'appréciation subjective des mathématiciens, mais engagent certaines normes objectives, qui guident le processus d'extension de domaine et qu'il reviendrait à la logique (enrichie et développée) d'identifier. Par analogie avec les questions de philosophie du langage relatives aux espèces naturelles, Mark Wilson a proposé d'appeler "essentialisme caché", cette « doctrine selon laquelle un cadre insoupçonné détermine secrètement le "vrai sens" de certains termes mathématiques » (1992, 151). Dans les années 1990, ce programme de recherches a d'abord conduit à renouveler profondément notre compréhension du logicisme de Frege (cf. Wilson 1992, Tappenden 1995), en montrant notamment comment il permettait de résoudre efficacement certaines tensions épistémologiques liées au processus d'extension de domaines dans les mathématiques du 19$^{\text{ème}}$ siècle (en un mot, Frege transpose à l'arithmétique les méthodes développées en géométrie par von Staudt pour rendre compte des procédures d'extension aux points à l'infini et aux points complexes).

Une seconde phase de ce courant d'idées a ensuite consisté à construire des outils d'analyse pour mieux comprendre cette relation entre énoncés (mathématiques) et contextes, en repensant profondément les rapports entre syntaxe et sémantique à la lumière de l'histoire des mathématiques. On sait en effet qu'en mathématiques, le fait de disposer d'une bonne notation ou d'un calcul bien construit suffit le plus souvent à transformer nos pratiques inférentielles en une simple routine syntaxique. La codification précise de ces règles inférentielles sous forme de techniques algorithmiques bien huilées justifie le mot célèbre d'Euler selon lequel la plume surpasse l'intelligence. Mais pouvons-nous nous en remettre aveuglément à de telles procédures de pilotage automatique syntaxique ? L'orthodoxie frégéenne suggérait une sorte de compromis : d'un côté la mécanisation de l'inférence et l'encapsulement du sens dans les "signes-réceptacles" du calcul sont nécessaires pour que nous puissions faire preuve d'initiative inférentielle, en clair faire des mathématiques ; mais de l'autre, nous devrions toujours en contrepartie être en mesure d'expliciter le véritable contenu sémantique sous-jacent de nos énoncés : typiquement, pour Frege, les définitions "à la von Staudt" des points à l'infini et des points imaginaires (les "*ghost points*" de Wilson) en termes d'involutions sur les droites, fournissaient le paradigme de ce genre de justification standard, grâce à laquelle les assertions d'un langage efficace (géométrie projective) peuvent être décodées en énoncés effectifs sous-jacents (euclidiens). Mais Wilson ne s'en tient pas là et analyse de manière beaucoup plus fine la relation entre "grammaire de surface" et "grammaire active" d'un énoncé ("*surface grammar*"/"*working grammar*").

Sur la base de l'analyse, précise et percutante, d'exemples empruntés à l'histoire de la géométrie algébrique du dix-neuvième siècle, Wilson (1994) montre en effet qu'il peut y avoir conflit entre la forme logique de surface et la sémantique "active" sous-jacente, la seconde opérant secrètement en orientant l'initiative inférentielle dans des directions très différentes de celles que prescrit la première. L'exemple privilégié ici est tiré de la géométrie algébrique. Pour faire simple, une droite intersecte un cercle en au plus deux points, et la courbe en huit qu'on appelle lemniscate, en quatre points. Au dix-neuvième siècle, les géomètres prennent progressivement l'habitude de considérer que ces points d'intersection "existent", qu'ils soient ou non localisables sur les courbes et distincts. Une règle (le théorème de Bézout) stipule même que dans le cas général « deux courbes planes de degrés respectifs m et n s'intersectent en $m.n$ points ». Mais précisément, cette règle n'organise efficacement les stratégies inférentielles des géomètres algébriques du 19ème siècle que dans la mesure où son adoption conduit à privilégier une "grammaire de surface", celle qui est liée au langage des "points infiniment voisins", dont la validité est soumise à contrainte. Si, par exemple, dans ce contexte, on considère une droite qui ne serait que tangente à une courbe cubique, on aura trois points d'intersection "infiniment voisins", p, q, r. Mais la contrainte implicite, au 19ème siècle, tenait au fait qu'on s'interdisait de considérer comme recevables et de compter au nombre des ressources inférentielles disponibles des énoncés tels que « le point q est entre le point p et le point r », faute de critères d'individuation des points et de méthodes pour les identifier, lesquelles ne seront développées que plus tard, lorsqu'on substituera le langage des "points de multiplicité n" au langage des « points infiniment voisins" (disons de George Salmon à Georges Henri Halphen, puis de Halphen au concept moderne d'éclatement (*blow-up*)). Wilson invite alors à envisager la concurrence entre "grammaire apparente" et "grammaire active" non plus comme un aspect transitoire et instable de notre développement linguistique, mais comme un trait constitutif des dispositifs parfois très complexes de notre "ingénierie linguistique". Le format sous lequel les grammaires actives se présentent le plus souvent correspond à ce que Wilson appelle une "grammaire contrainte", laquelle n'est pas la superposition de deux grammaires indépendantes exclusives l'une de l'autre, mais un dispositif linguistique spécifique grâce auquel on s'assure que la sémantique des énoncés est dépendante du contexte de discours dans lequel ils sont insérés. De ce point de vue, les "grammaires actives" effectives sont des bricolages, sanctionnés par le succès inférentiel, dont la fonction principale consiste précisément à *isoler* un domaine inférentiel sûr en *évitant* les cas où la "grammaire active" serait mise en échec (typiquement la relation d'ordre entre points infiniment voisins).

Dans une troisième phase qui s'organise autour de deux livres majeurs (2006, 2017), Wilson généralise cette approche en élargissant la perspective au champ entier des mathématiques et de la physique, où les avantages que présente le recours aux "grammaires contraintes" sont liés à l'exigence d'"*éviter*" les cas où la physique devient impraticable et corrélativement de réduire le nombre de variables descriptives (d'où le titre du livre de 2017, "*Physics avoidance*", qui comme le souligne Thomas Ryckman (2018) dans sa recension ne signifie évidemment pas "*avoidance of physics*".) Parmi l'extraordinaire richesse des matériaux scientifiques qui servent de base à ces analyses, Wilson montre par exemple tout le parti qu'on peut tirer pour une épistémologie renouvelée, nourrie conjointement de logique, de philosophie du langage et d'histoire des sciences, du travail mathématique de Jacques Hadamard et de sa classification des équations aux dérivées partielles de signatures hyperbolique, elliptique et parabolique (1923), non seulement pour éclairer le rôle crucial que certaines distinctions clefs (conditions initiales/conditions aux limites) jouent dans les stratégies de modélisation multi-échelles, mais aussi pour permettre une analyse de l'usage des contrefactuels dans les sciences exactes (Maudlin 2007, Woodward & Wilson 2019, Wilson 2022). En s'appuyant ainsi sur un très large répertoire d'idées scientifiques, de la mécanique lagrangienne à la théorie des distributions de Laurent Schwartz et aux espaces de Sobolev, Wilson engage un dialogue renouvelé entre philosophie des sciences et histoire des sciences.

La thèse soumise au concours aura à charge d'apprécier l'ampleur de ces apports, d'en dresser en quelque sorte la carte, mais aussi de discerner les enjeux philosophiques de cette confrontation en en explorant les conséquences dans les deux sens, tant pour la philosophie analytique et la philosophie des sciences dont certaines questions retrouvent ainsi un lustre neuf, que pour l'histoire des sciences dans la mesure où ce questionnement philosophique ouvre de nouvelles directions à la recherche historique.

Bibliographie indicative

- Hadamard, Jacques, *Lectures on Cauchy's problem in linear partial differential equations*, New Haven, Yale University Press, 1923.
- Manders, Ken, "Domain Extensions and the Philosophy of Mathematics", *Journal of Philosophy*,86: 553-62, 1989.
- Maudlin, Tim *The metaphysics within physics*, Oxford University Press, 2007.
- Tappenden, James, "Geometry and generality in Frege's Philosophy of Arithmetic", *Synthese* 102(3):319-61, 1995.
- Tappenden, James, "Extending concepts and 'fruitful concepts': Fregean themes in the foundations of mathematics", *Noûs* 29(4):427-67, 1995.
- Wilson, Mark, "Frege: The Royal Road from Geometry", *Noûs* (26)2:149-80, 1992.
- Wilson, Mark, "Can we trust logical form?", *The Journal of Philosophy* 91(10):519-44, 1994.
- Wilson, Mark, "The unreasonable uncooperativeness of mathematics in the natural sciences", *The Monist* 83(2), 2000.
- Wilson, Mark, "Theory facades", *Proceedings of the Aristotelian Society* 104(1):273-88, 2004.
- Wilson, Mark, *Wandering Significance: An Essay of Conceptual Behavior*, Oxford Clarendon Press, 2006.
- Wilson, Mark, *Physics Avoidance: Essays in Conceptual Strategy*, Oxford University Press, 2017.
- Wilson, Mark, "A plea for distinctions (counterfactuals and differential equations)", *Synthese* 200:145(2), 2022.
- Woodward, James, &Wilson, Mark (2019). "Counterfactuals in the real world", in Corless & Fillion (eds.), *Algorithms and complexity in mathematics, epistemology, and science*, Springer, 2019.